Подробен анализ на урока

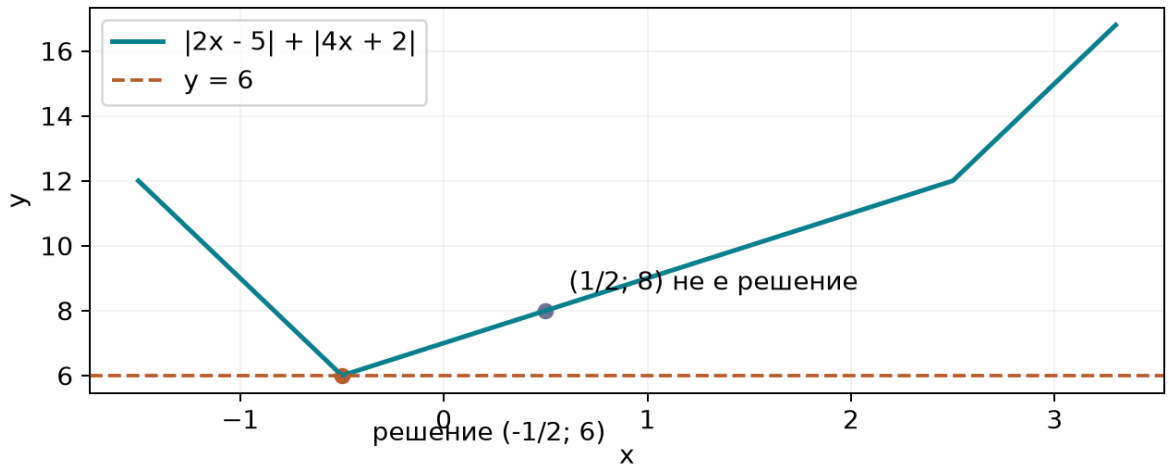
Прочетени са всичките 18 PDF страници. Те съответстват на 17 страници от тетрадката: последната е заснета два пъти. Основното ново съдържание е алгебра - квадратни уравнения, Виет, замени, дробни и модулни уравнения.

Резултат: 12 работни алгебрични задачи A01-A12. Единадесет са потвърдени по цялото условие в официални изпити на СУ за девет дати. A01 е учебен пример без потвърден изпитен произход. Първата страница продължава вече разгледаната геометрична У10 от 01.11.2026 г.

Работните номера A01-A12 са наши, за този урок. Те не заменят номерата в оригиналните изпити и не преномерират У1-У10 от предишната дата.

Най-важната поправка

В A08 условието е |2x - 5| + |4x + 2| = 6. В средния случай на ръкописното решение +2 е сменено на -2 и е получен отговор 1/2. Верният отговор е -1/2. При 1/2 лявата страна е 8; при -1/2 е 6. Официалният отговор на СУ също е -1/2.



Тази грешка е локална грешка в знак. От записките сами по себе си не може да се прави заключение какво ученикът е усвоил; това се установява с кратки самостоятелни упражнения.

Карта на записките и връзка с миналия урок

PDF страници	Съдържание
1	Довършване на геометрична У10; начало на алгебрата
2-4	Квадратно уравнение, дискриминанта, Виет, отношения на корени
4-7	Сума на кубове; кубично уравнение и сбор на дроби
7-9	Връх на парабола; замяна x + 1/x
10-12	Реципрочно уравнение; дробно уравнение и допустими стойности
12-15	Два линейни модула; вложени модули
15-16	Броене на различни корени; замяна с модул
17-18	Една и съща последна страница в две заснемания; завършек на А11 и А12

PDF стр. 17 е обърната на 180 градуса. Стр. 18 е изправената допълваща снимка. Условието и решението на А12 се броят еднократно. Първият ред на последната страница - „корените са 1 или -3“ - принадлежи на А11.

Геометричното продължение на стр. 1

Съпоставката с предишната документация установява, че това е У10 с h към страната с равно на 96, вписан радиус 32 и описан радиус 65. От днешния фрагмент не следва да се съставя нова независима задача.

$$ab = 2Rh_c = 12480, \qquad a + b = 2c.$$

Първата връзка се получава от равенството на формулите за лице ch/2 и abc/(4R). Втората следва от ch/2 = pr. Резултатът от вече довършеното решение е:

$$c = 112, \qquad \{a, b\} = \{104, 120\}, \qquad S = 5376.$$

Това е подходящ мост между уроците: намирането на две страни по сбор и произведение води естествено към квадратното уравнение и Виет.

A01. Уравнение за отношенията на два корена

Учебен пример от записките | PDF стр. 2, 3, 4

Нека x_1 и x_2 са корените на следното уравнение. Съставете квадратно уравнение с корени $u_1 = x_1/x_2$ и $u_2 = x_2/x_1$ и изберете съответния отговор от записките.

$$x^2 - 7x + 10 = 0.$$

Метод и проверен резултат

Съставяне на уравнение по сбор и произведение; два начина - чрез явните корени и чрез Виет.

$$10u^2 - 29u + 10 = 0, \qquad \{u_1, u_2\} = \left\{\tfrac{5}{2}, \tfrac{2}{5}\right\}.$$

Пълното условие е редакционно оформено от стр. 2 и решението на стр. 3-4. Сред дадените варианти е $10u^2$ - 29u + 10 = 0. Не е установено, че този пример е от изпит на СУ.

Какво трябва да може ученикът

Ненулев знаменател → Разлагане на квадратен тричлен → Виет: сбор и произведение → Квадрат на сбор → Сбор на две дроби → Произведение на реципрочни дроби → Уравнение по дадени корени → Съпоставка на два метода

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A02. Сума от кубовете на корените

СУ, 18.04.2026 г., задача 1 | PDF стр. 4, 5

Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението, намерете $x_1^3 + x_2^3$.

$$x^2 - x - 3 = 0.$$

Метод и проверен резултат

Симетричен израз чрез Виет; не е необходимо изрично намиране на корените.

$$x_1^3 + x_2^3 = 10.$$

Какво трябва да може ученикът

Четене на коефициенти → Знакът във Виет → Квадрат на сбор → Куб на сбор → Изнасяне на общ множител → Симетрични изрази → Замяна чрез уравнението → Сравняване на решения

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A03. Сума на дроби, зависещи от три корена

СУ, 08.06.2024 г., задача 5 | PDF стр. 5, 6, 7

Корените на уравнението са x_1, x_2, x_3. Намерете A.

$$x^3 + x^2 - 4x + 2 = 0.$$

$$A = \frac{1}{2 - x_1} + \frac{1}{2 - x_2} + \frac{1}{2 - x_3}.$$

Метод и проверен резултат

Разлагане с известен корен 1 и Виет за оставащото квадратно уравнение. В записките е даден и втори начин с Виет за кубично уравнение.

$$A = 2.$$

Официалната дата е 08.06.2024 г.; ръкописната дата на стр. 5 се разчита неоднозначно. Съвпадението е по цялото условие, не само по дата. Двата метода трябва да останат отделни подкарти.

Какво трябва да може ученикът

Проверка дали число е корен → Изнасяне на множител x - 1 → Виет за квадратен тричлен → Общ знаменател на две дроби → Разкриване на (k - u)(k - v) → Сметки със знаци → Виет за трета степен → Симетричен общ знаменател

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A04. Квадратна функция по даден корен и връзка

СУ, 03.04.2022 г., задача 4 | PDF стр. 7, 8

Числото 2 е корен на $ax^2 + bx + 8 = 0$ и $a + b = 3$. Определете къде квадратният тричлен $y(x) = ax^2 + bx + 8$ има минимум или максимум.

Метод и проверен резултат

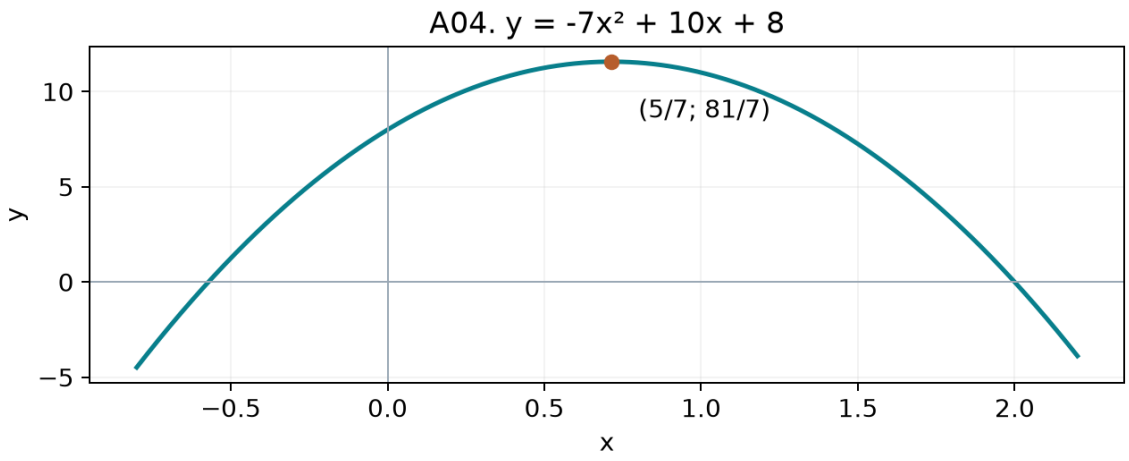
От дадения корен към линейна система; след това знак на a и връх на параболата.

$$a = -7, \quad b = 10, \quad x_{\max} = \frac{5}{7}, \quad y_{\max} = \frac{81}{7}.$$

Какво трябва да може ученикът

Заместване на корен → Линейно уравнение → Линейна система чрез изваждане → Възстановяване на тричлен → Посока на параболата → Връх -b/(2a) → Допълване до квадрат → Разлика между аргумент и стойност

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.



A05. Рационално уравнение със замяна x + 1/x

СУ, 18.04.2026 г., задача 11 | PDF стр. 8, 9

Намерете всички реални корени.

$$6\left(x+\tfrac{1}{x}\right)-4\left(x^2+\tfrac{1}{x^2}\right)=-10.$$

Метод и проверен резултат

Замяна t = x + 1/x и връщане към неизвестното с проверка за реални корени.

$$x=\frac{3-\sqrt{5}}{2} \quad \text{or} \quad x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Какво трябва да може ученикът

Допустими стойности → Квадрат на двучлен с дроб → Изразяване на $x^2 + 1/x^2$ → Квадратно уравнение за t → Разлагане на множители → Обратна замяна → Реалност чрез дискриминанта → Проверка в началното уравнение

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A06. Реципрочно уравнение от четвърта степен

СУ, 07.04.2024 г., задача 11 | PDF стр. 10, 11

Решете уравнението в реални числа.

$$x^4 - 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1 = 0.$$

Метод и проверен резултат

Симетричните коефициенти подсказват делене на x^2 и замяна $t = x + 1/x$.

$$x = \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \quad \text{or} \quad x = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}.$$

Какво трябва да може ученикът

Симетрични коефициенти → Проверка на $x = 0$ → Делене на x^2 → Групиране на реципрочни членове → Позната замяна → Квадратно уравнение за t → Отсяване на недопустим t → Проверка чрез произведение

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A07. Дробно уравнение с недопустим кандидат

СУ, 31.03.2013 г., задача 1 | PDF стр. 11, 12

Решете уравнението.

$$\frac{2}{2-x}+\frac{6}{x^2-x-2}=1.$$

Метод и проверен резултат

Допустими стойности, разлагане на знаменател, общ знаменател и отсяване на x = 2.

$$x=-3.$$

Какво трябва да може ученикът

Разлика между 2 - x и x - 2 → Разлагане на знаменател → Допустими стойности → Общ знаменател → Умножаване на равенство → Квадратен тричлен → Филтриране на кандидати → Проверка на решение

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A08. Сбор на два модула

СУ, 12.04.2025 г., задача 12 | PDF стр. 12, 13

Решете уравнението.

$$|2x - 5| + |4x + 2| = 6.$$

Метод и проверен резултат

Разделяне на числовата ос по нулите на двата линейни израза.

$$x = -\frac{1}{2}.$$

В записките на стр. 12 условието е |2x - 5| + |4x + 2| = 6, но в средния случай на стр. 13 свободният член +2 е сменен на -2. Така е получен неверният отговор x = 1/2. Официалното условие и официалният отговор потвърждават x = -1/2. Това е съществена поправка, която трябва да се покаже явно.

Какво трябва да може ученикът

Дефиниция на модул → Нули на линейни изрази → Подреждане на гранични точки → Таблица на знаци → Разкриване на модул → Линейно уравнение във всеки случай → Принадлежност към интервал → Проверка чрез заместване

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A09. Вложени модули и крайни корени

СУ, 07.04.2024 г., задача 5 | PDF стр. 13, 14, 15

Намерете разликата между най-големия и най-малкия корен.

$$|||x-4|-3|-2|=1.$$

Метод и проверен резултат

Развиване на модулите отвън навътре и тълкуване като разстояния.

$$x_{\min}=-2,\quad x_{\max}=10,\quad x_{\max}-x_{\min}=12.$$

Какво трябва да може ученикът

Модул като разстояние → Уравнение |u| = k → Случай k = 0 → Разкриване на външен модул → Разкриване на следващ модул → Връщане към x → Премахване на повторения → Крайни стойности и разлика

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.



A10. Брой решения на модулно квадратно уравнение

СУ, 11.06.2023 г., задача 4 | PDF стр. 15, 16

Намерете броя на различните реални решения.

$$|2x^2 - 10x + 1| = \frac{23}{2}.$$

Метод и проверен резултат

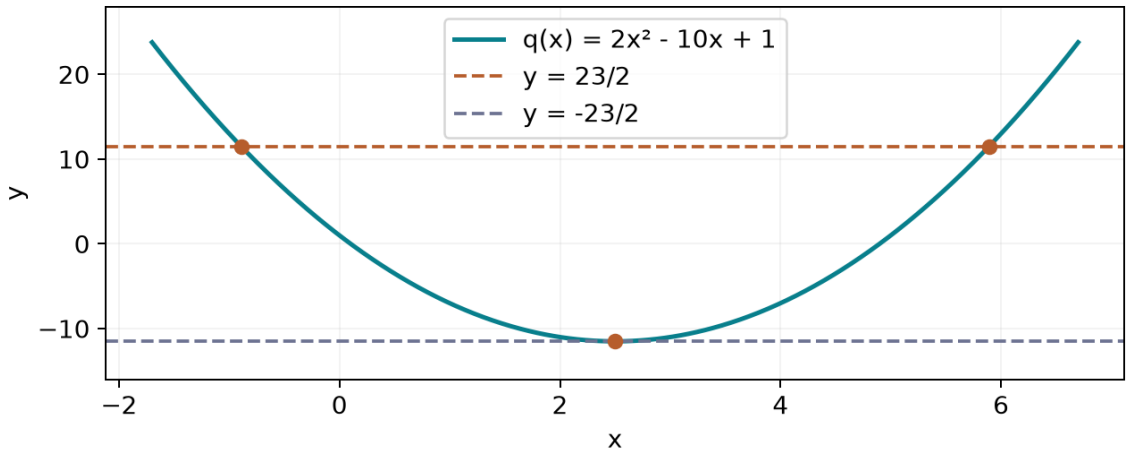
Два знакови клона; отделно броене на различните корени във всеки.

$$N = 3.$$

Какво трябва да може ученикът

Преобразуване на десетична дроб → Два клона при модул → Дискриминанта → Двоен корен → Различни корени и кратност → Допълване до квадрат → Изключване на общ корен → Броене без излишни сметки

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.



A11. Квадрат на израз и модул на същия израз

СУ, 18.06.2016 г., задача 26 | PDF стр. 16, 17, 18

Решете уравнението.

$$(x^2 + 2x)^2 - 2|x^2 + 2x| - 3 = 0.$$

Метод и проверен резултат

Замяна t = |x² + 2x| ≥ 0 и равенство a² = |a|².

$$x \in \{-3, 1\}.$$

PDF стр. 17 е обърната на 180 градуса; стр. 18 е второто, изправено заснемане на същата страница. Първият ред на стр. 18 довършва тази задача. Не се брои като ново условие.

Какво трябва да може ученикът

Изчисляване на модул → Квадрат на модул → Разпознаване на повтарящ се израз → Ограничение t ≥ 0 → Квадратно уравнение за t → Отхвърляне на отрицателен t → Двата клона на |u| = 3 → Финална проверка

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

A12. Модул в знаменател

СУ, 19.03.2017 г., задача 1 | PDF стр. 17, 18

Решете уравнението.

$$|x| - \frac{5}{|x|} = -4.$$

Метод и проверен резултат

Допустими стойности и замяна t = |x| > 0.

$$x \in \{-1, 1\}.$$

Какво трябва да може ученикът

Знаменател и допустими стойности → Разлика между ≥ 0 и > 0 → Замяна с модул → Умножаване по ненулево число → Разлагане на квадратен тричлен → Отсяване по t > 0 → Връщане от |x| към x → Проверка и симетрия

За тази последователност е съставен отделен комплект от осем кратки упражнения с припомняне, подсказка и контролно решение. Те са нов учебен материал, а не препис от курса.

Квадратно уравнение и Виет

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0, \qquad D = b^2 - 4ac.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad (D \geq 0).$$

При D > 0 има два различни реални корена; при D = 0 има един различен реален корен с кратност две; при D < 0 няма реални корени.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \qquad x_1 x_2 = \frac{c}{a}.$$

Ако S и P са сборът и произведението на две числа, те са корените на t^2 - St + P = 0. Обратната теорема на Виет работи и когато числата съвпадат.

$$x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P, \qquad x_1^3 + x_2^3 = S^3 - 3PS.$$

Замяна и връщане към първоначалното неизвестно

Замяната намалява сложността само ако след решението се върнем към x. Всеки корен на помощното уравнение е кандидат за стойност на новото неизвестно, а не автоматично решение за x.

$$t = x + \frac{1}{x}, \quad x \neq 0, \qquad x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 - 2.$$

За реално x помощната променлива t е в (-∞; -2] [2; +∞). За да се докаже това, от x + 1/x = t получаваме $x^2 - tx + 1 = 0$. Реални корени има точно при $t^2 - 4 \geq 0$; те са ненулеви, защото произведението им е 1.

При t = |f(x)| ограничението е t ≥ 0. При t = |x| и x ≠ 0 то става t > 0. Тази разлика е основна за последните две задачи.

Модули, дроби и графики

|u| = k при k > 0 е равносилно на u = k или u = -k. При k = 0 остава само u = 0, а при k < 0 няма решения. При вложени модули се започва от най-външния.

В дробно уравнение ограниченията се записват преди умножаването по общ знаменател и се пазят до окончателния отговор. Съкращаването не възстановява забранените стойности.

При сбор от два модула критичните точки са нулите на вътрешните изрази. Всеки линеен кандидат се проверява в интервала, за който е получен.

$$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a}.$$

Ако a > 0 параболата има минимум; ако a < 0 има максимум. Аргументът на върха е -b/(2a), а стойността във върха е -D/(4a). Това са различни величини.

Оригиналните изпити са запазени локално

Свалени са 17 оригинални PDF файла от официалния архив на ФМИ. За 31.03.2013 г. условията и примерните решения са в един общ файл; за останалите осем дати са по два файла.

Изпит	Съответствия	Локални файлове
31.03.2013	A07 / №1	Един общ PDF
18.06.2016	A11 / №26	Условия + отговори/решения
19.03.2017	A12 / №1	Условия + отговори/решения
03.04.2022	A04 / №4	Условия + отговори/решения
11.06.2023	A10 / №4	Условия + отговори/решения
07.04.2024	A06 / №11, A09 / №5	Условия + отговори/решения
08.06.2024	A03 / №5	Условия + отговори/решения
12.04.2025	A08 / №12	Условия + отговори/решения
18.04.2026	A02 / №1, A05 / №11	Условия + отговори/решения

Публикуваните решения за тестови и кратки задачи често съдържат само верния отговор. Подробните обяснения в нашия файл 03 са самостоятелна учебна разработка и не се представят като дословни решения на комисията.

Официален архив: https://fmi.uni-sofia.bg/bg/sample-exams-view

Локална папка: output/sources/su-exams. Файлът manifest.json съдържа за всеки PDF точния адрес за изтегляне, броя страници, размера и SHA-256. Текстовите извлечения са помощни; при стари PDF шрифтове могат да са повредени и не заменят визуалния прочит.

Работа вкъщи и подготовка за страницата

Прегледани са двата разговора в този учебен проект: „2. 01.11.2026г. - Васил Гочев“ и „Реши подробно У2 а)“. За модела на сайта е прегледан и „Курс за кандидатстуденти към СУ“ в CommunityCore, както и отчетът от целевата проверка на 07.11.2026 г.

Установеният образец

Всяка основна задача има собствена затворена карта с пълно условие. Решенията и вариантите на методите се отварят независимо в затворени подкарти. Има бутон „Подготовка“, връзка обратно и чертежи там, където подпомагат решението. Формулите на сайта се подготвят като native MathML с оригиналния LaTeX.

Всяко подготвително упражнение съдържа условие, кратко припомняне и отделни затворени карти „Подсказка“ и „Решение“. За предишния урок са отчетени 10 основни задачи и 80 подготвителни упражнения. За днешните 12 задачи тук са подготвени 96 упражнения.

Последователност за учене

1. Виет и преобразувания на корени: A01, A02, A03. 2. Квадратна функция: A04. 3. Замяна x + 1/x: A05, после A06. 4. Допустими стойности в дроби: A07. 5. Модули: A08, A09, A10. 6. Комбиниране на замяна, модул и ограничения: A11, A12.

Първо ученикът опитва подготвителната задача сам. Ако се затрудни, чете припомнянето, после подсказката. Решението се отваря след собствен опит. След осмото упражнение се връща към основната задача със затворено решение.

Въпроси, които да станат навик

Какво е дадено и какво се търси? Кои стойности са допустими? Какво се повтаря и може ли да се замени? Защо преобразуването е еквивалентно? Кои кандидати отпадат? Доказах ли, че съм намерил всички решения?

Статус на този етап

Това е подробният анализ и локалната учебна подготовка преди качването, както е поискано. Не е редактиран или публикуван сайтът. Оформянето в реалните карти, преобразуването на формулите и проверките на живата страница остават отделна стъпка. Локалният HTML преглед не е публикация.