Въпрос 1. Кои от следните системи числа образуват ПСО по модул 7?

a) $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

b) $10, -12, 22, 48, 91, -9, 18$

c) $10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$

Въпрос 2. Кое от следните равенства е вярно?

a) $\tau(52) \cdot \tau(11) = \tau(3) \cdot \tau(14) \cdot \tau(11)$

b) $\tau(52) \cdot \tau(11) = \tau(572)$

c) $\tau(52) \cdot \tau(11) \neq \tau(572)$

d) $\tau(52) \cdot \tau(11) \neq \tau(3) \cdot \tau(14) \cdot \tau(11)$

e) $\tau(52) \cdot \tau(11) = 8$

Въпрос 3. Коя от следните системи числа е редуцирана система от остатъци (РСО) по модул 12?

a) $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

b) $13, 17, -17, -10$

c) $1, 5, 7, 11$

d) $1, 3, 5, 7, 9, 11$

Въпрос 4. Пресметнете $\varphi(2^5 3^2 7)$.

Въпрос 5. Намерете остатъкът на $100!$ по модул 101.

Въпрос 6. Да се намерят последните 2 цифри на числото 13^{41}.

Въпрос 7. Колко решения по модул 12 има сравнението $4x \equiv 96 \pmod{12}$?

Въпрос 8. Ако $a^{10} \equiv 1 \pmod{23}$, то на колко може да е равен показателят на a по модул 23?

Въпрос 9. Нека показателят на a по модул 17 е 8. На колко е равен показателят на a^4 по модул 17?

Въпрос 10. Известно е, че 2 е примитивен корен по модул 19. На колко е равен показателят на 2 по модул 19?

Въпрос 11. Известно е, че a принадлежи на показател 5 по модул 31, а b — на показател 3 по модул 31. Тогава какъв е показателят на ab по модул 31?

Въпрос 12. Напишете всички положителни решения на сравнението, които са по-малки от 10:

$3x \equiv 6 \pmod{9}$

Въпрос 13. Решете диофантовото уравнение $3x + 2y = 5$.

Въпрос 14. Намерете остатъка от делението на числото 347912235126 с числото 125.

Въпрос 15. Намерете остатъка от делението на числото 9374218101 с числото 11.

Въпрос 16. Решете сравнението $2x \equiv 3 \pmod{23}$.

Въпрос 17. Решете системата сравнения:

$$\begin{cases} x \equiv 2 \pmod{3} \\ x \equiv 2 \pmod{5}. \end{cases}$$

Въпрос 18. Намерете последните три цифри на числото 15!.

Въпрос 19. Известно е, че $\varphi(n) = n - 1$ и че числото n е по-малко от 8. Кои са възможните стойности за n?

Въпрос 20. Намерете $\tau(2^5.1001)$.

Въпрос 21. Известно е, че 2 е примитивен корен по модул 13. Проверете дали числата $2^0, 2^1, 2^2, \ldots, 2^{11}$ образуват редуцирана система остатъци по модул 13.

Въпрос 22. Нека p е просто число, по-голямо от 3. Докажете, че числото $p^2 - 1$ се дели на 24.

Въпрос 23. Ако a и b са цели числа и $a = bq + r$, то най-големият общ делител на числата $(a, b) = (b, r)$.

Въпрос 24. Известно е, че 2027 е просто число. Вярно ли е, че 2027 дели биномния коефициент $\binom{2027}{13}$.

Въпрос 25. Намерете най-големия общ делител на числата a и $2a + 1$, където a е цяло число.

Въпрос 26. Ако 3 бири, 3 пържоли и 3 картофки струват 32 лева и 47 стотинки, то ще платите ли сметката? Обосновете отговора си от чисто математическа гледна точка.

Въпрос 27. Решете уравнението $\varphi(n) = 2$.

Въпрос 28. Ако $\tau(n) = 3$, то какъв вид има естественото число n?

Въпрос 29. Нека $2k + 1$, $2k + 3$, $2k + 5$ са три последователни нечетни числа. Намерете тяхното най-малко общо кратно.

Въпрос 30. Ако $3a + 2b = 1$, то на колко е равен най-големият общ делител на числата a и b?

Въпрос 31. Напишете най-малкото естествено число, което дава остатък 1 при деление на 2, 3, 5 и 13.